



Lehrstuhl für Simulation

11. Februar 2010

Klausur *Introduction to Simulation*

Gesamtanzahl der erreichbaren Punkte:	90
Anzahl der Aufgaben:	8
Anzahl der Seiten:	12 (einschließlich Anhang und Leerseiten)
Bearbeitungszeit:	120 Minuten
Erlaubte Hilfsmittel:	keine

Name, Vorname:			
Matrikelnummer:		Studiengang / Matrikeljahr:	

Zur Information:

Die Antworten können auch in englischer Sprache erfolgen.
You may answer the questions in German or English.

Aus den Vorgaben zur Durchführung schriftlicher Prüfungen der Fakultät für Informatik:

Wir machen Sie darauf aufmerksam, dass Täuschungsversuche, z.B. die Benutzung nicht zugelassener Hilfsmittel oder Ordnungsverstöße zur Bewertung der Klausur mit der Note „nicht ausreichend“ führen. Sowohl Täuschungsversuche als auch Ordnungsverstöße werden protokolliert. Ordnungsverstöße können nach einer Abmahnung zum Ausschluss von der Klausur führen. Bei Täuschungsversuchen können Sie die Klausur zwar fortsetzen, sie wird aber später mit 5,0 bewertet.

Aufgabe	Punkte	
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
Summe:		

— Der Lehrstuhl für Simulation wünscht Ihnen viel Erfolg! —

Aufgabe 1: Kontinuierliche Modellierung [10 Punkte]. Epidemiologie.

Die Ausbreitung einer ansteckenden Krankheit in einer geschlossenen Population soll mithilfe von System Dynamics untersucht werden. Das sogenannte SEICR Modell für diese Situation berücksichtigt die folgenden Gruppen der Population, in Form von positiv reellwertigen Größen:

- Gesunde und nicht immune Individuen: S
- Bereits angesteckte Individuen in der Inkubationszeit: E
- Infektiöse tatsächlich erkrankte Individuen: I
- Derzeitig nicht infektiöse Träger der Krankheit: C
- Geheilte und immune Individuen: R

Es gelten die folgenden Annahmen für die Wechselwirkungen zwischen den Bevölkerungsgruppen:

- Die Neuinfektion von gesunden Individuen geschieht proportional zu deren Anzahl und zum Anteil der Infektiösen an der gesamten Population.
- Neuinfizierte sind zunächst nicht infektiös, erst nach einer exponentialverteilten Inkubationszeit. Daher reduziert sich die Anzahl der Individuen in der Inkubationsphase proportional zu sich selbst.
- Nach der Inkubationsphase wird ein Individuum zu einem tatsächlich Infektiösen.
- Die Anzahl der infektiösen Individuen nimmt durch Abklingen der Symptome proportional zu sich selbst ab.
- Durch diese Ausheilung ist nur ein Prozentsatz p der nicht mehr Infizierten hinterher tatsächlich geheilt. Der Rest wird zu derzeit nicht infektiösen Trägern der Krankheit.
- Bei Trägern der Krankheit kann diese wieder ausbrechen mit einer konstanten Rate, was sie wieder zu Infektiösen werden lässt. Daher verringert sich die Anzahl der Träger proportional zu sich selbst.
- Geheilte Individuen können ihre Immunität verlieren und damit wieder in Gruppe S wechseln, was die Gruppe der Geheilten proportional zu sich selbst schrumpfen lässt.

Tipp: Aus der geschlossenen Population können in diesem Modell keine Individuen verschwinden, oder neue hinzukommen.

a) [9 Punkte]

Geben Sie dieses Modell in Form eines Systems gewöhnlicher Differentialgleichungen (*ordinary differential equations*) an! Verwenden Sie die Symbole a_1 , a_2 usw. für positive Konstanten.

b) [1 Punkt]

Welche der drei folgenden Fragen kann von einem solchen Modell nicht beantwortet werden?

1. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird die Krankheit in der Bevölkerung ausgerottet?
2. Wie viele Individuen werden sich voraussichtlich mit der Krankheit infizieren?
3. Wie lange wird die Krankheit in der Bevölkerung grassieren?

Aufgabe 2: Semester Assignment „Back to the Future“ [20 Punkte].

a) Kontinuierliches Verhalten [10 Punkte]

Skizzieren Sie einen typischen Verlauf des „LEVEL OF AFFECTION“ für den Fall, dass Lorraine und George sich am Ende des Abends verlieben. Markieren und benennen Sie mindestens fünf (insgesamt!) verschiedene Aktivitäten und Zustände! Erklären Sie kurz das Verhalten!

b) AnyLogic-Modellierung [5 Punkte]

Erläutern sie kurz wie und mit welchen AnyLogic Modellelementen sie folgendes modelliert haben:
„Doc Brown klettert einen Schritt nach oben“ (berücksichtigen sie auch das abrutschen!)

c) George und Biff [5 Punkte]

Wie oft muss George McFly während des Tanzabends Biff Tannen verprügeln? Wie sieht die statistisch aussagekräftige Antwort aus? Was bedeutet sie und auf welcher Grundlage wurde sie gewonnen?

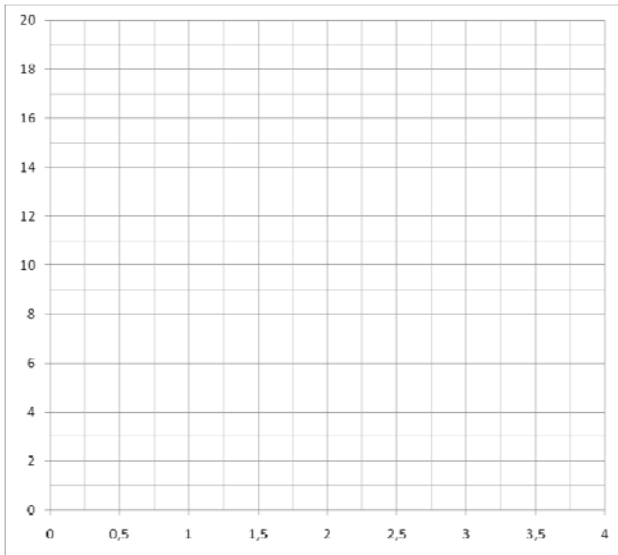
Aufgabe 3: Analyse von Input-Daten [10 Punkte].

a) *Quantile-Quantile-Plot* [5 Punkte]

Die folgenden zehn Zahlen entstammen einer Messung:

7,9; 17,3; 14,9; 4,5; 10,1; 6,5; 13,4; 12,2; 9,1; 11,1

Sie vermuten, diesen Daten liegt eine Weibullverteilung zugrunde. Um diese Vermutung zu überprüfen, zeichnen Sie im vorbereiteten Bereich ein Quantile-Quantile-Plot, und interpretieren Sie das Ergebnis!



b) *Chi-Quadrat-Test* [5 Punkte]

Sie erhalten eine Datei mit 200 Zahlen zwischen 0 und 1. Diese werden ihrer Größe entsprechend den zehn Intervallen („Observed“) zugeordnet. Jemand behauptet nun, diese Zahlen stammen von einem Zufallszahlengenerator. (In diesem Fall ist die Anzahl der freien Verteilungsparameter $s=0$.)

	<i>xMin</i>	<i>xMax</i>	<i>Expected</i>	<i>Observed</i>		
	0	0,1		11		
	0,1	0,2		17		
	0,2	0,3		26		
	0,3	0,4		25		
	0,4	0,5		15		
	0,5	0,6		22		
	0,6	0,7		12		
	0,7	0,8		24		
	0,8	0,9		21		
	0,9	1,0		27		
<i>Summe</i>				200		

Was sagt der Chi-Quadrat-Test dazu? Fassen Sie dabei keine Klassen zusammen und runden Sie bitte bei der Berechnung auf eine Stelle nach dem Komma. Verwenden Sie einmal $\alpha = 0,1$ und einmal $\alpha = 0,05$. Was bedeuten diese Ergebnisse genau?

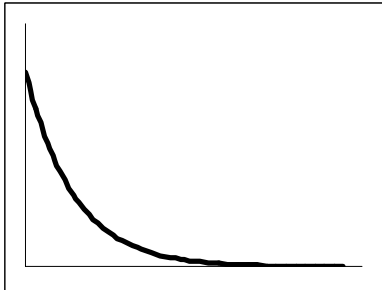
Aufgabe 4: Zufallsvariablen [10 Punkte]. Erneuerbare Energien.

a) Dichtefunktionen [6 Punkte]

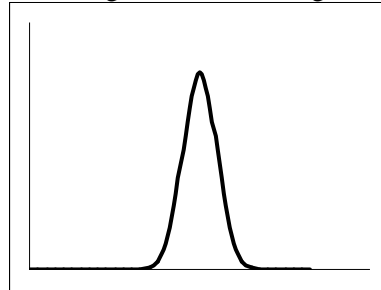
Im Zusammenhang mit dem Aufbau von Offshore Windparks der Firma Nordwind wurden die Verteilungen der folgenden Zufallsgrößen ermittelt:

1. Dauer eines Transports vom letzten Umschlagplatz zum Hafenterminal
2. Zwischenankunftsintervalle von anderen LKWs am Hafenterminal
3. Lebensdauer eines Windrades im Offshore Betrieb

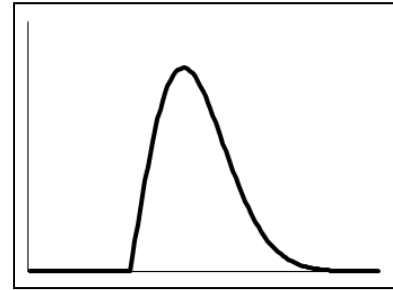
Die Wahrscheinlichkeitsdichten der Verteilungen sehen wie folgt aus:



A



B



C

Ordnen Sie die Graphen A, B und C den Messungen 1, 2, und 3 zu und erklären Sie Ihre Entscheidung! (Hinweis: Bloßes Benennen der jeweiligen Verteilungsfunktion ist keine Erklärung für die getroffene Zuordnung!)

b) Exponentialverteilung [2 Punkte]

Die EU hat 2009 beschlossen, Glühbirnen zukünftig zu verbieten, daher muss sich auch die Universität erneut Gedanken machen, welche Leuchtmittel sie in Zukunft kauft. Unsere Uni benötigt hauptsächlich Energiesparlampen einer bestimmten Bauart mit exponentiell verteilter Lebensdauer von 50.000 Stunden. Aufgrund der hohen Preise werden jetzt auch gebrauchte aber noch funktionstüchtige Energiesparlampen auf dem Markt angeboten. Daher stehen folgende Optionen zur Auswahl: neue Lampen zum Stückpreis von 2,52 € oder gebrauchte, die bereits 25.000 Stunden gebrannt haben, für 1,26 €. Welche Leuchtmittel empfehlen sie und warum?

c) Verteilungsfunktionen [2 Punkte]

Der Wirkungsgrad der Solarzellen, die die Firma PhotoEnergy produziert ist $N(30;4)$ verteilt. Wie viele der an einem Tag produzierten 60.000 Solarzellen haben einen Wirkungsgrad zwischen 30% und 35%?

Aufgabe 5: Petri-Netz [10 Punkte]. Eine Arztpraxis.

In der orthopädischen Praxis von Dr. med. Krebs werden tägliche viele Patienten behandelt, manche mit, manche ohne Termin. Außerdem gehen auch einige Telefonanrufe ein, die den Praxisbetrieb stören. Der komplette Ablauf aus Sicht der Patienten in der Praxis gestaltet sich wie folgt:

In normalverteilten Abständen kommen die Patienten an, die einen Termin haben. Mit Wahrscheinlichkeit p müssen diese erst zum Röntgen, bevor sie sich ins Wartezimmer setzen. Das Röntgen selbst hat eine feste Zeitdauer. Die, die nicht zum Röntgen gehen, setzen sich sofort ins Wartezimmer.

Außerdem kommen komplett unabhängig voneinander auch Patienten, die keinen Termin haben, aber auch keine Notfälle darstellen. Die Schwestern achten darauf, dass das Wartezimmer nicht überfüllt ist. Deshalb dürfen Patienten ohne Termin nur ins Wartezimmer, wenn maximal 17 Patienten auf eine Behandlung warten, inklusive der Patienten, die noch beim Röntgen sind. Andernfalls müssen sie die Praxis verlassen und sich einen anderen Arzt suchen.

Es gibt ein Behandlungszimmer, in dem Frau Dr. Krebs praktiziert. Daher kann immer nur ein Patient gleichzeitig behandelt werden. Die Behandlung ist nach einer bestimmten gleichverteilten Zeitdauer beendet.

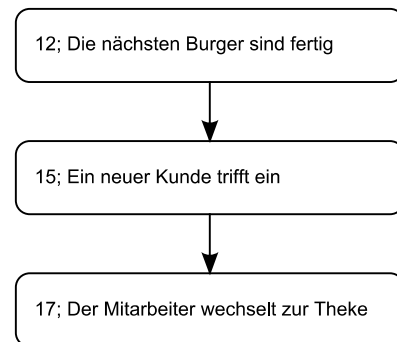
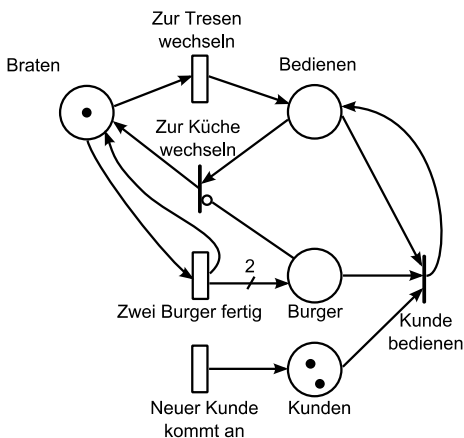
Wenn ein Telefonanruf eingeht, wird die derzeitige Behandlung unterbrochen, und danach am gleichen Punkt wieder fortgesetzt. Telefonanrufe kommen in exponentialverteilten Intervallen an, und haben eine normalverteilte Dauer.

Zeichnen Sie ein Petri-Netz-Modell dieses Systems! Gehen Sie dabei von folgendem Startzustand aus: Derzeitig befinden sich zwei Patienten im Wartezimmer und einer beim Röntgen. Weiterhin ist gerade ein Patient in Behandlung bei Frau Dr. Krebs. Kennzeichnen Sie alle Transitionen, welche die RaceAge-Eigenschaft haben. Welche Transitionen sind im derzeitigen Zustand aktiviert?

Aufgabe 6: Ablauf einer diskreten Simulation [10 Punkte]. In einem Fastfood Restaurant.

„Donald’s Fried Burger“ ist ein streng organisiertes Fastfood Restaurant, dass von nur einem Mitarbeiter betrieben werden kann. Ein Computer zeigt ihm an, wie lange er Burger zu braten hat (immer zwei auf einmal). Sind Burger fertig, werden sie zur weiteren Verwendung gelagert und der Mitarbeiter beginnt, zwei neue Burger zu braten. Wenn die vom Computer angezeigte Zeit abgelaufen ist, wirft der Mitarbeiter die noch nicht fertig gebratenen Burger weg und wechselt zum Tresen. Kunden können dort jederzeit ankommen, stellen sich dann am Tresen an und warten geduldig. Sie werden sofort bedient, wenn der Mitarbeiter am Tresen steht und Burger vorhanden sind, wobei jeder Kunde genau einen Burger erhält und das Restaurant dann sofort verlässt. Sobald keine Burger mehr vorhanden sind, kehrt der Mitarbeiter in die Küche zum Burgerbraten zurück.

Das System wird durch das folgende Petri-Netz dargestellt. Zum Zeitpunkt 11 sind noch keine Burger fertig, der Mitarbeiter ist gerade dabei, Burger zu braten, und zwei Kunde wartet bereits an der Theke. Die *Future-Event-List* (FEL) im System sieht wie folgt aus.



Die nächsten drei Zeitintervalle um Burger fertig zu braten sind: 6, 3 und 3.
 Die nächsten drei Verweildauern des Mitarbeiters in der Küche sind: 7, 4 und 11.
 Die nächsten drei Zwischenankunftsintervalle für Kunden sind: 4, 3 und 5.

a) Simulationsablauf [7 Punkte]

Skizzieren Sie den Ablauf des Simulationsprogramms von Zeitpunkt 11 bis Zeitpunkt 21. Geben Sie dabei die Veränderungen des Systemzustandes an, und welche Ereignisse primär und sekundär sind.

b) Future Event List [3 Punkte]

Wie sieht die FEL zum Zeitpunkt 21 aus?

Aufgabe 7: Output-Analyse [10 Punkte]. In der Zahnarztpraxis

Die Zahnarztpraxis von Dr. med. dent. Krone zieht um. Es stehen zwei Immobilien zur Auswahl; in einer könnten zwei Behandlungszimmer eingerichtet werden, in der anderen nur eines. Mit zwei Behandlungszimmern können natürlich mehr Patienten behandelt werden, da die Schwestern die Vor- und Nachbereitung parallel zu einer tatsächlichen Behandlung durchführen können. Aber die größere Praxis kostet auch mehr. Sie sollen nun bestimmen, ob die größerer oder die kleinere Praxis profitabler wäre.

Beide möglichen Konfigurationen werden mit jeweils 10 Läufen simuliert, wobei alle 20 Läufe voneinander statistisch unabhängig sind. Daraufhin erhält man den folgenden Profit in Euro pro Stunde für das jeweilige System:

Lauf Nr.	1 Zimmer	2 Zimmer	D_r	\bar{D}	$(D_r - \bar{D})^2$		
1	31	30					
2	33	35					
3	56	54					
4	31	27					
5	37	41					
6	51	49					
7	41	42					
8	33	35					
9	45	40					
10	49	44					

a) Vergleich [6 Punkte]

Welche Immobilie sollte gemietet werden? (Tipps: Benutzen Sie die leeren Felder für Ihre Berechnungen! Grobe Schätzungen bei Wurzelrechnungen sind ausreichend.)

b) Verbesserungsmöglichkeiten [4 Punkte]

Nennen Sie zwei Möglichkeiten, um dieses Ergebnis zu verbessern. Erklären Sie Ihre Lösungsvorschläge!

Aufgabe 8: Verschiedenes [10 Punkte].

a) Gegeben sei das Anfangswertproblem (*initial value problem*) $y' = y - 2t$, $y(0) = 3$. Dieses soll mit dem Euler-Verfahren mit einer Zeitschrittweite von 1 gelöst werden. Welchen Wert erhält man zum Zeitpunkt $t = 3$? [3 Punkte]

b) Wir wollen (Pseudo-)Zufallszahlen erzeugen, die $N(30;4)$ (!) verteilt sind. Dazu soll die lineare Kongruenzmethode (*Linear Congruential Method*) verwendet werden. Was sind die ersten vier Werte (ungefähr!), die man erhält, wenn man die Parameter $a = 5$, $c = 17$, $m = 100$ und den *Seed* (Saat/Samen) $x_0 = 11$ verwendet? [3 Punkte]

c) Wir betrachten eine Übung an der FIN. Geben Sie jeweils ein Beispiel an für [2 Punkte]
(Beziehen sie sich dabei auf die Definitionen aus der Vorlesung!)

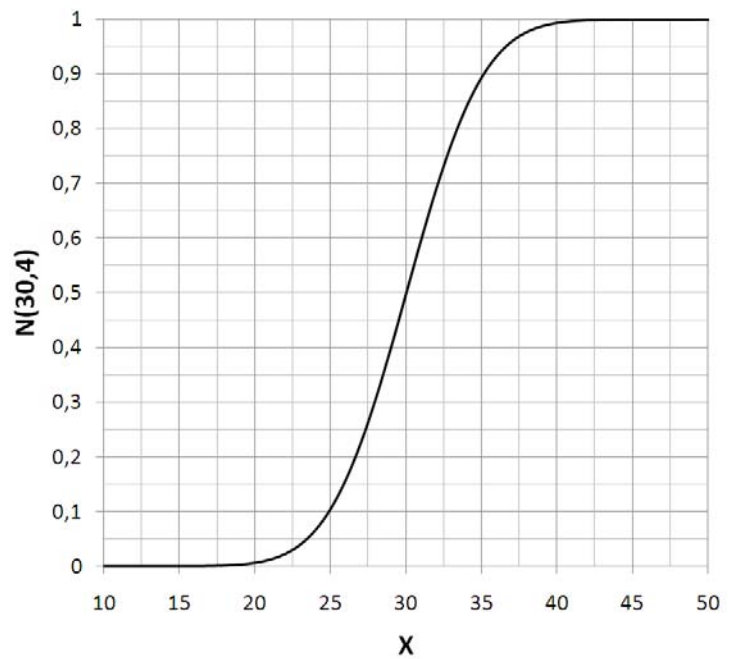
- ein Ereignis (*event*) –
- eine Aktivität (*activity*) –
- eine Verzögerung (*delay*) –
- eine Entität (*entity*) –
- ein Attribut (*attribute*) –

d) Was wird aus dem globalen Fehler (*global error*) des Euler-Verfahrens, wenn man die Schrittweite vervierfacht? [1 Punkt]

e) Vor dem Prüfungsamt bildet sich eine Warteschlange. Die Studenten kommen dort ungefähr alle fünf Minuten an und die Schlange umfasst im Mittel zwei Personen. Wie lange muss ein Student voraussichtlich in der Schlange warten? [1 Punkt]

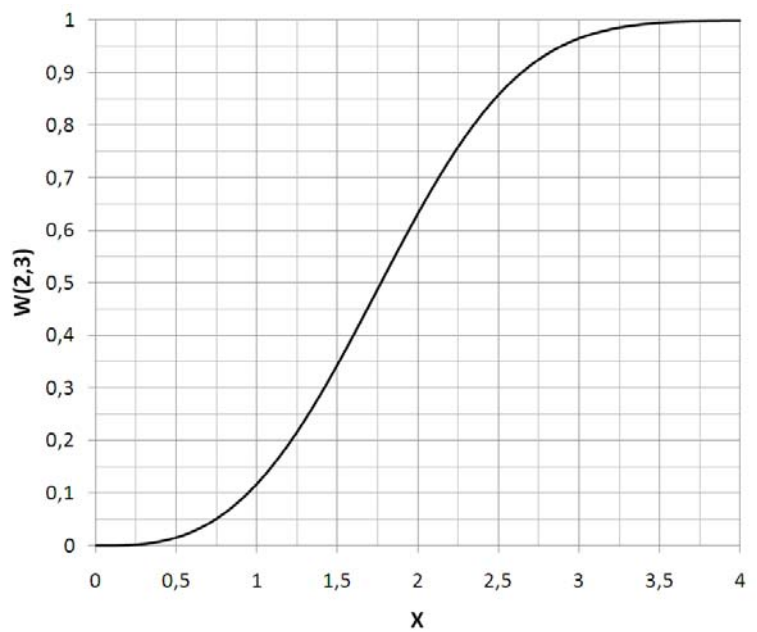
Anhang

Graph der $N(30;4)$ Verteilung



Der Wert der Student t -Verteilung für $\alpha = 0,05$ und 9 Freiheitsgrade beträgt 2,26

Graph der $W(2;3)$ Verteilung



Einige Werte der χ^2 -Verteilung:

		Anz. Freiheitsgrade				
		8	9	10	11	12
α	0,05	15,51	16,92	18,31	19,68	21,03
	0,1	13,36	14,68	15,99	17,28	18,55